PRINCIPII

DI

ARITMETICA PRATICA

COMPILATI

DA PASQUALE ADONE

Professore di Letteratura nel 2.° Educandato
Regina Isabella Borbone.

V. EDIZIONE GENUINA.

NAPOLI
Pe' tipi di Saverio Giordano
Vico Sansevero num. 15, e 16.
1851.

PRINCIPII DI ARITMETICA PRATICA

L'Aritmetica è la scienza di calcolare su'numeri.

Le cifre, con cui si può rappresentare qualunque numero sono le seguenti: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0.

Di queste cifre la prima non dinota numero, ma è il principio di qualunque numero, e si chiama *unità*: l'ultima nè anche dinota numero, ma serve a supplire la mancanza di altri numeri. Tutte le restanti cifre considerate separatamente rappresentano numeri *semplici*. Considerate poi l'una a fianco dell'altra, acquistano un valore che dicesi *locale*, perchè dipendente dal luogo in cui sono situate.

La legge di questo valore si è, che ogni cifra andando da destra a sinistra diventa di dieci in dieci volte maggiore. I nomi che le cifre prendono secondo il sito che occupano sono i seguenti:

Unità, decine, centinaja
Unità, decine, centinaja di migliaja
Unità, decine, centinaja di milioni
Unità, decine, centinaja di migliaja di milioni
Unità, decine, centinaja di bilioni
Unità, decine, centinaja di migliaja di bilioni ec.

Le principali operazioni dell'Aritmetica sono quattro, cioè Addizione, Sottrazione, Moltiplicazione e Divisione.

L'Addizione è un'operazione, per la quale, dati più numeri *omogenei*, cioè della stessa specie, se ne vuol trovare un altro, che sia uguale a tutti presi insieme. Il risultato dell'Addizione si chiama *Somma*.

La Sottrazione è un'operazione per la quale, dati due numeri omogenei, si vuol togliere il mi-

nore dal maggiore. Il numero maggiore dicesi *Minuendo*, il numero minore si chiama *Sottraendo*. Il risultato della Sottrazione dicesi *Residuo*.

La Moltiplicazione è un' operazione, per la quale un numero si prende tante volte quante ne dinota un altro numero. Questi due numeri diconsi *Fattori*. Il risultato della Moltiplicazione dicesi *Prodotto*.

La Divisione è una operazione, per la quale di un numero si vogliono fare tante parti uguali, quante ne dinota un altro numero. Il numero che si dee dividere chiamasi *Dividendo*. Il numero delle parti uguali in cui si vuol dividere dicesi *Divisore*. Il risultato della Divisione chiamasi *Quoziente*, e dinota una delle parti uguali che si cercavano.

L' addizione si esegue così. Si scrivono i numeri dati l'uno sotto l' altro, cioè le unità sotto le unità, le decine sotto le decine, le centinaja sotto le centinaja; poi si tira una linea, e si cominciano ad unire insieme tutte le unità. Dalla loro somma si toglierà il numero delle decine, e si unirà alla colonna seguente, e quello delle unità si scriverà sotto la linea. Similmente si farà nella somma delle decine, delle centinaja, delle migliaja, ec. La somma dell' ultima colonna a sinistra si scrive intera.

La Sottrazione si esegue così. Si scrive il minuendo al disopra, e il sottraendo al disotto, in modo che le unità corrispondano alle unità, le decine alle decine, ec. Dipoi si cominceranno a togliere le unità del sottraendo da quelle del minuendo, e il numero che avanza si scrive sotto la linea. Lo stesso si farà per le decine, per le centinaja, ec. Se mai una cifra del sottraendo fosse maggiore della sua corrispondente nel minuendo, allora questa si considera accresciuta di una decina; e la cifra del sot-

traendo, che segue a sinistra, si considera accresciuta di una unità.

La pruova dell' Addizione si fa col separare una delle serie dei numeri dati, e prendere la somma delle restanti. Questa somma si sottrae dalla prima già trovata, e se il residuo sarà eguale alla serie che si era tralasciata, è segno che l' addizione si è fatta bene.

La pruova della Sottrazione si fa col sommare il Sottraendo ed il Residuo. Se questa somma sarà eguale al minuendo, è segno che la Sottrazione si era ben fatta.

La moltiplicazione tra' numeri semplici si esegue per mezzo della *Tavola Pittagorica.*

Se uno de' fattori è semplice, si moltiplica per esso ciascuna cifra del fattore composto, principiando dalle unità; e se si avrà un prodotto di due cifre, si scriverà sotto la linea la cifra a destra, riserbando quella a sinistra per aggiungerla al prodotto seguente. Il prodotto dell'ultima cifra a sinistra si scrive intero.

Se poi i due fattori sieno composti, si moltiplichi tutto intero l'uno di essi per ciascuna cifra dell' altro: coll' avvertenza che quando la moltiplicazione si fa per le decine, questo prodotto si deve cominciare a scrivere sotto le decine del primo prodotto; quando si fa per le centinaja, questo terzo prodotto si principierà a segnare sotto le centinaja del primo, cioè sotto le decine del secondo, ec. Finalmente si tiri una linea, e si prenda la somma de' prodotti parziali, che forma il prodotto totale.

Quando si vuol moltiplicare un numero per 10, per 100, per 1000, ec. basta scrivere alla destra del dato numero tanti zeri, quanti son quelli che accompagnano l' unità.

Se uno de' *fattori*, o tutti e due terminano con zeri sulla diritta, la moltiplicazione si farà tra le sole cifre significative, e alla destra del prodotto si aggiungeranno tanti zeri quanti sono alla destra de' fattori.

Un numero moltiplicato o diviso per l' unità rimane sempre lo stesso, perchè l' unità non moltiplica nè divide.

La Divisione si esegue a questo modo. Si comincia a vedere quante volte il divisore si contiene nell' ultime cifre a sinistra del dividendo; questo numero di volte si scrive sotto al divisore, il quale si moltiplicherà per esso, e un tal prodotto si sottrarrà dalle cifre del dividendo che si son divise. A destra di questo residuo si abbassa la seguente cifra del dividendo, e poi si vede quante volte il divisore si contiene in questo nuovo dividendo. Un tal secondo quoziente si nota alla destra del primo; e fatta di nuovo la moltiplicazione e la sottrazione, l' avanzo si scrive sotto il secondo dividendo. A fianco di questo si abbasserà la cifra che segue a diritta nel dividendo totale; e così dovrà continuarsi l' operazione finchè non vi siano più cifre da abbassare. Se mai un residuo non riuscisse minore del divisore, è segno che l'operazione non và bene, e che il quoziente dev' essere maggiore. Se il residuo con la cifra abbassata ritrovasi minore del divisore, si segnerà uno zero al quoziente, e si abbasserà l' altra cifra del dividendo.

Per dividere un numero per 10, per 100, per 1000 ec. basta togliere alla destra del dividendo tante cifre, quanti sono gli zeri che accompagnano l' unità del divisore. Le cifre a sinistra dinoteranno il quoziente, e quelle a destra il residuo.

La pruova della Moltiplicazione si fa coi divide-

re il prodotto per uno dei due fattori ; il quoziente deve essere uguale all' altro fattore.

La pruova della Divisione si fa con moltiplicare il divisore pel quoziente ed aggiungervi il residuo. Il prodotto deve essere uguale al dividendo.

Segni che si adoperano nelle Operazioni Aritmetiche.

L' eguaglianza tra i numeri dati e il risultato di ogni operazione si segna così = e si dice *uguale a...*

L' addizione s' indica mettendo fra i numeri che si vogliono sommare il segno + *più* ; così 3 + 4 + 7 = 14.

La sottrazione vien dinotata dal segno — *meno* tra il minuendo e il sottraendo ; così 9 — 5 = 4.

La moltiplicazione si dinota col mettere tra i due fattori il segno × *moltiplicato per*; così 5 × 7=35.

La divisione si dinota con due punti tra il dividendo e il divisore; ovvero con mettere il dividendo sopra di una linea e il divisore sotto, e si legge *diviso per*; così 20: 5 , ovvero $^{20}/_{5}$ = 4.

DELLE FRAZIONI.

Dicesi *Rotto* o *Frazione* una o più parti di qualunque cosa divisa in un determinato numero di parti eguali.

Per rappresentare una frazione vi bisognano due numeri ; l' uno dinota in quante parti eguali è divisa l' unità , e si chiama *denominatore*; l' altro dinota quante di queste parti si son prese, e si chiama *numeratore*. Il numeratore si mette sopra di una lineetta , e il denominatore al di sotto. Così $^{3}/_{4}$ significa tre parti di qualunque cosa divisa in quat-

tro parti eguali. Tutti e due si dicono i *termini* della frazione.

Ogni frazione è il quoziente di una divisione, in cui il numeratore fa da dividendo, e il denominatore fa da divisore. In fatti se una cosa dividesi in due parti, ciascuna di queste due parti sarà $^1/_2$ *un mezzo*; se in tre parti, ciascuna di queste sarà $^1/_3$ *un terzo*; se in quattro, $^1/_4$ *un quarto*, ec. Del pari, se due cose dividonsi in tre parti, il quoziente sarà $^2/_3$; se tre cose dividonsi in quattro parti, il quoziente sarà $^3/_4$, ec.

Il quoziente cresce o al crescere del dividendo, o al diminuire del divisore. Perciò ogni frazione crescerà o al crescere del numeratore, o al diminuire del denominatore. Così $^3/_5$ è maggiore di $^2/_5$, ed è minore di $^3/_4$.

Perciò in due modi si moltiplica la frazione, cioè o moltiplicando il numeratore, o dividendo il denominatore. Così $^3/_8 \times 4 = {}^{12}/_8 = {}^3/_2$.

Il quoziente diminuisce o al diminuire del dividendo, o al crescere del divisore. Similmente la frazione diminuirà o col diminuirsi il numeratore, o coll' accrescersi il denominatore.

Perciò in due modi si può dividere una frazione, cioè o dividendo il numeratore, o moltiplicando il denominatore. Così $^6/_7 : 3 = {}^2/_7 = {}^6/_{21}$.

Da ciò si conchiude che se il numeratore e il denominatore si moltiplichino o si dividano per lo stesso numero, la frazione non cambia di valore.

Quindi $\frac{3 \times 5}{4 \times 5} = {}^{15}/_{20}$. E similmente $\frac{9:3}{21:3} = {}^3/_7$

Chiamasi *riduzione* ogni operazione, per la quale si muta l'espressione di una quantità senza mutarne il valore.

Le riduzioni che si operano sulle frazioni son quattro: di un intero a rotto, di un rotto ad interi, di più frazioni allo stesso denominatore, di una frazione a minimi termini.

Ogn' intero si può ridurre a frazione col tirare una linea sotto di esso, e scrivervi l'unità. Così $3 = {}^{3}/_{1}$. Ma volendosi un intero ridurre a frazione di un dato denominatore, converrà moltiplicarlo per il denominatore assegnato, poi tirare una linea, e scrivervi al disotto il denominatore medesimo. Per esempio volendosi ridurre a frazione l'intero 5 col denominatore 7, esso sarà uguale a ${}^{35}/_{7}$.

Che se un intero ed un rotto si vogliono ridurre ad un rotto solo, bisogna moltiplicare l'intero pel denominatore del rotto, ed aggiungervi il numeratore, poi sottoscrivere il denominatore. Così $7\,{}^{3}/_{4} = {}^{31}/_{4}$.

Le frazioni che si possono ridurre ad interi si chiamano *spurie* o *impure*, e son quelle che hanno il numeratore uguale al denominatore, o maggiore di esso. Le frazioni poi che lo hanno minore, si dicono *vere*. Ogni frazione, in cui il numeratore è lo stesso che il denominatore, è sempre uguale all'unità. Se poi il numeratore è maggiore, si divide pel denominatore: il quoziente dinoterà il numero degl' interi che in quella frazione si contenevano, ed il residuo posto sopra di una lineetta col denominatore al di sotto sarà una nuova frazione. Perciò ${}^{35}/_{7} = 5$; ${}^{35}/_{8} = 4\,{}^{3}/_{8}$.

Più frazioni di diverso denominatore si riducono allo stesso denominatore con moltiplicare i termini di ciascuna per tutt' i denominatori delle altre. Così ${}^{2}/_{3}$, ${}^{4}/_{5} = {}^{10}/_{15}$, ${}^{12}/_{15}$. Similmente ${}^{1}/_{2}$, ${}^{2}/_{3}$, ${}^{3}/_{4} =$ ${}^{12}/_{24}$, ${}^{16}/_{24}$, ${}^{18}/_{24}$.

Una frazione si ridurrà a minimi termini col di-

videre tanto il numeratore quanto il denominatore per un numero, che sia il massimo comun divisore di entrambi. Perciò $^{15}/_{30} = {}^{1}/_{2}$, perchè fra tutti i divisori comuni di 15 e di 30 il massimo è 15.

Il modo di trovare il massimo comun divisore di due numeri dati è il seguente. Si divida il maggiore di essi pel minore; se non vi è residuo, il numero minore sarà il divisore ricercato. Se poi vi è residuo, per questo residuo si divida il divisore; se vi è ancora residuo, per questo secondo residuo si divida il primo, e successivamente per il terzo si divida il secondo, finchè la divisione succeda esattamente. Allora l'ultimo residuo sarà il massimo comun divisore de' due numeri dati. Ma se l'ultimo residuo sarà l'unità, allora i numeri dati non avranno un divisor comune, e si chiamano numeri *primi*. Verificandosi questo caso, la frazione non può ridursi ad una espressione minore.

L'Addizione delle frazioni si esegue così. Riducansi prima le frazioni date allo stesso denominatore; poi si prenda la somma de' numeratori, e vi si sottoscriva il denominator comune. Per esempio $^{2}/_{3} + {}^{3}/_{4} + {}^{1}/_{5}$ ridotte allo stesso denominatore divengono $^{40}/_{60} + {}^{45}/_{60} + {}^{12}/_{60} = {}^{97}/_{60} = 1\ {}^{37}/_{60}$.

La Sottrazione tra due frazioni si fa col ridurle prima allo stesso denominatore, e col togliere il numeratore del sottraendo da quello del minuendo; sotto al residuo si scriverà il denominator comune. Così $^{5}/_{7} - {}^{2}/_{3} = {}^{15}/_{21} - {}^{14}/_{21} = {}^{1}/_{21}$.

La Moltiplicazione tra le frazioni si opera col moltiplicare tra loro tutt' i numeratori, e tra loro tutti i denominatori. Per esempio $^{5}/_{6} \times {}^{3}/_{4} = {}^{15}/_{24}$, $^{1}/_{2} \times {}^{2}/_{3} \times {}^{4}/_{5} = {}^{8}/_{30}$. E questa è la regola per ridurre le *frazioni di frazioni* ad una sola frazione. (S'intende per *frazione di frazione* una o più parti

di qualunque frazione divisa in parti eguali ; così $^2/_3$ di $^4/_5$ vuole dire $^4/_5$ diviso in tre parti , delle quali se ne prendono due).

La Divisione tra due frazioni si fa con capovolgere quella che fa da divisore, e poi moltiplicare numeratore con numeratore , e denominatore con denominatore. Così $^2/_3 : ^3/_4 = ^2/_3 \times ^4/_3 = ^8/_9$.

DE' DECIMALI.

Si dicono frazioni *decimali* quelle che hanno per denominatore l'unità seguita da uno o da più zeri. Così $^3/_{10}$, $^4/_{100}$, $^7/_{1000}$.

Le frazioni decimali si possono scrivere senza denominatore, purchè si metta una virgola dopo gl'interi , o in mancanza di essi dopo uno zero ; e si ritenga che il primo luogo alla destra della virgola dinota *decimi*, il secondo *centesimi* , il terzo *millesimi* , il quarto *diecimillesimi*, il quinto *centomillesimi* , il sesto *milionesimi* ec. Per iscrivere dunque una frazione decimale senza il denominatore, bisogna che il suo numeratore sia composto di tante cifre , quanti dovrebbero essere gli zeri nel denominatore. Così 0 , 75 significa 75 *centesimi* ; 0 , 348 significa 348 *millesimi* ec.

Che se il numero delle cifre del numeratore sia minore di quello degli zeri del denominatore, un tal numero si eguaglierà con aggiungervi degli zeri alla sinistra. Per esempio volendo scrivere senza denominatore la frazione $^{74}/_{10000}$, si scriverà così: 0,0074.

Il sistema delle frazioni decimali segue la stessa legge dè' numeri interi. Imperciocchè siccome un numero intero avanzando di un posto verso la sinistra diventa dieci volte maggiore , e ritrocedendo di un posto a diritta diviene dieci volte minore ;

del pari ogni cifra decimale acquista un valore dieci volte maggiore per ogni posto che avanza dalla parte degl' interi, cioè verso la sinistra; e dieci volte minore per ogni posto che si allontana dagl'interi, cioè verso la destra. Così 0, 5 è dieci volte maggiore di 0, 05; ec.

Da ciò si conchiude che gli zeri posti alla sinistra di un numero decimale ne cambiano il valore; ma non lo mutano affatto gli zeri posti alla destra.

L'Addizione delle frazioni decimali si esegue con lo scrivere l'uno sotto l'altro i numeratori, in modo che le parti decime corrispondano alle decime, le centesime alle centesime, ec. Poi si prenderà la somma di ciascuna colonna, cominciando dalla destra come per gl' interi. Se la somma dell' ultima colonna sarà di più cifre, la sola prima cifra a destra apparterrà a' decimali; le altre si separeranno con una virgola, e dinoteranno interi.

La sottrazione de' decimali si fa come per gl' interi, situando però le cifre del minuendo e del sottraendo come si è fatto per l' addizione, ed eguagliando con zeri posti sulla diritta il numero delle cifre dell' uno e dell' altro.

La moltiplicazione de' decimali si fa come per gl'interi; senza tener conto delle virgole; separando bensì alla destra del prodotto tante cifre pe' decimali, quante son quelle de' decimali in ambedue i fattori.

La Divisione de' decimali si fa come per gl' interi, non tenendo conto delle virgole; coll'avvertenza che il numero delle cifre decimali nel quoziente e nel divisore deve eguagliare quello delle cifre decimali nel dividendo. Se questo numero riuscirà minore si eguaglierà per mezzo di zeri posti alla sinistra del quoziente. Se riuscirà maggiore, si to-

glieranno alla destra del quoziente tante cifre pe' decimali, quante unite a quelle del divisore pareggino il numero delle cifre decimali del dividendo.

Che se il numero delle cifre del divisore sia maggiore di quelle del dividendo, converrà prima aggiungere alla destra del dividendo tanti zeri, quanti bastano a fare che contenga il divisore.

Colla divisione decimale si potrà ridurre ogni frazione ordinaria a frazione decimale, aggiungendo cioè alla destra del numeratore quanti zeri si vogliono, e dividendolo pel denominatore: il quoziente conterrà parti decime, centesime, millesime, ec. secondo il numero degli zeri che si saranno aggiunti alla destra del numeratore.

Secondo questo sistema decimale si calcola il Ducato, la Canna, il Cantajo e lo Stajo nel nostro regno.

Il Ducato fa 100 grana: il Grano fa 10 calli.

La Canna fa 10 palmi, il Palmo fa 10 decimi, il decimo fa 10 centesimi.

Il Cantajo fa 100 rotola; il rotolo fa 10 decimi, il decimo fa 10 centesimi, il centesimo fa 10 millesimi; ed il millesimo di rotolo si chiama *trappeso*.

Lo Stajo fa 10 rotola, il rotolo fa 10 decimi ec.

DE' DENOMINATI.

Il calcolo di ogni altra quantità, che non s' intende divisa in decimali, si riduce al calcolo delle frazioni ordinarie. Questo vale per l'Anno, pel Tomolo, per la Botte; come sino alla Legge del 6 Aprile 1840 valeva per la Canna, per la Libbra e per il Rotolo; e tali numeri che si dividono e suddividono in parti di diversa *denominazione*, si chiamano *denominati* o *complessi*.

L' Anno fa 12 mesi, il Mese 30 giorni, il Giorno 24 ore, l'Ora 60 minuti ec.

Il Tomolo fa 24 misure di capacità, e 40 rotola di peso.

La botte fa 12 barili; il Barile 60 caraffe.

La Canna faceva 8 palmi; il Palmo 12 once; l'Oncia 5 minuti.

La Libbra faceva 12 once, l'Oncia 30 trappesi; il Trappeso 20 acini, *ovvero* l'Oncia 10 dramme, la Dramma 3 scropoli, lo Scropolo 20 acini.

Il Rotolo faceva once 33 $^1/_3$, l'Oncia 30 trappesi, il Trappeso 20 acini.

L'Addizione de'denominati si fa come quella delle frazioni. Bisogna dunque situare nelle medesime colonne verticali le parti simili, che sono appunto i numeratori di tante frazioni dello stesso denominatore; e poi cominciandosi a sommare dalla destra, cioè dall'infima specie, si osservi se quella somma sia una frazione spuria. In questo caso converrà cavarne gl'interi, i quali si aggiungeranno alla specie superiore, e il residuo si scriverà sotto la linea. Per esempio siano da sommarsi insieme

Lib.	Once	Trap.	Ac.
14	9	27	18
15	7	18	13
7	4	21	9
0	8	14	5

Disposti i numeri delle differenti specie nel modo che qui si vede, è chiaro che gli acini 18, 13, 9, 5, sono quattro frazioni che hanno lo stesso denominatore 20, e perciò la loro somma sarà $^{45}/_{20} = 2\ ^{5}/_{20}$, o sia 2 trappesi, e 5 acini. Il 5 si noterà sotto la colonna degli acini, e il 2 si unirà alla somma dei

trappesi, che è $^{82}/_{30} = 2\ ^{22}/_{30}$, cioè a 2 once e 22 trappesi. Questi si segneranno sotto la colonna dei trappesi, e le 2 once si uniranno alla somma seguente, che sarà $^{30}/_{12} = 2\ ^{6}/_{12}$ cioè 2 libbre, e 6 once. Queste si noteranno sotto la colonna delle once, e le 2 libbre si riporteranno alla somma seguente, che sarà di libbre 48. Dunque l'intera somma sarà di lib. 48, once 6, trappesi 22, ac. 5.

La Sottrazione de' denominati è la stessa che per le frazioni del medesimo denominatore. Nel caso che una delle specie del minuendo fosse minore della sua corrispondente nel sottraendo, bisognerà ridurla ad un sol rotto con una unità della specie superiore, e poi accrescere di una unità il numero della medesima specie superiore nel sottraendo. Sia per esempio da farsi la sottrazione fra questi due numeri

Anni	Mesi	Giorni
17	4	9
8	7	23

Qui si vede che $^{23}/_{30}$ non si può togliere da $^{9}/_{30}$: si prenderà dunque un mese dalla specie precedente, e questa unità ridotta ad una sola frazione con $^{9}/_{30}$, darà $^{39}/_{30}$, da cui tolto $^{23}/_{30}$ rimane $^{16}/_{30}$, cioè 16 giorni. Similmente da $^{4}/_{12}$ non si può togliere $^{8}/_{12}$; prendendo dunque una unità dalla specie precedente degli anni, e ridotta questa ad una sola frazione con $^{4}/_{12}$ darà $^{16}/_{12}$, da cui togliendo $^{8}/_{12}$ rimane $^{8}/_{12}$, cioè 8 mesi. E finalmente da 17 togliendo 9 resterà 8. Dunque l'intero residuo sarà di Anni 8, mesi 8, giorni 16.

La Moltiplicazione de' denominati si riduce benanche alla moltiplicazione delle frazioni. Infatti

moltiplicare significa prendere un numero quante volte dinota un altro numero: così moltiplicare per $^1/_2$ significa prendere la metà, per $^1/_3$, la terza parte, per $^1/_4$, la quarta parte, ec. Quindi allorchè si tratta di moltiplicare i denominati, bisogna vedere a quale delle frazioni ordinarie essi riducansi. Così volendo sapere il costo di 2 barili a duc. 42 la botte, è chiaro che questo sarà di duc. 7, perchè 2 bar. = $^1/_6$ della botte. Il costo di 3 barili sarà di duc. 10, 50; perchè 3 bar. = $^1/_4$ di botte. Il costo di 4 bar. o sia di $^1/_3$ sarà duc. 14. Il costo di 6 bar. o sia di $^1/_2$ sarà duc. 21.

Ma non sempre il numeratore misura esattamente il denominatore, ovvero come si esprimono gli Aritmetici, non sempre è parte *aliquota* di esso: molte volte ne è parte *aliquanta*, come $^3/_4$, $^4/_5$, $^5/_6$, ec. Allora converrà sciogliERLO nelle parti aliquote di cui si compone, e cercar separatamente il valore di ciascuna di esse. Così volendosi il costo di 8 barili, o sia di $^2/_3$ della botte, si troverà prima il valore di $^1/_3$, cioè di 4 barili, che sarà duc. 14, e poi il valore di un altro terzo, cioè altri duc. 14, che in tutto formano duc. 28. Il costo di 9 bar. cioè di $^3/_4$ sarà eguale al costo di 6 bar. cioè di $^1/_2$ = duc. 21, e al costo di 3 bar. cioè di $^1/_4$ = duc. 10.50, che formano in tutto duc. 31, 50. Dove bisogna notare che l'aliquota di un'aliquota è anche aliquota dell'intero: così quando si conosce la metà di una cosa, si può conoscere la sua quarta parte col prendere la metà della metà; se ne può conoscere la sesta parte col prendere il terzo della metà, la dodicesima parte con prendere il sesto della metà, ec.

Si voglia conoscere quanto si spende in Anni 5, 10, 24, se in un anno si spendono duc. 284. L'operazione si eseguirà nell'ordine qui segnato:

Anni 5, 10, 24
a duc. 284 l'anno

In anni 5 si spendono	duc.	1420
In mesi 6 »	duc.	142
In mesi 3 »	duc.	71
In mese 1 »	duc.	23. 66. 6
In giorni 10 »	duc.	7. 88. 8
In giorni 10 »	duc.	7. 88. 8
In giorni 2 »	duc.	1. 57. 7
In giorni 2 »	duc.	1. 57. 7
Totale.	duc.	1675. 59. 6

Se voglia sapersi quante tomola si consumeranno in mesi 9, 18 giorni, alla ragione di tom. 50, 15 misure il mese, si potrà cominciare l'operazione senza tener conto de' giorni 18, e si farà come segue:

Mesi 9 . . . (18 giorni)
a tom. 56. 15 il mese

504

Misure 12 il mese per mesi 9
fanno tom. 4. 12
Misure 3 il mese per mesi 9
fanno tom 1. 3

Poi si calcolerà il valore de' 18 giorni, così:

In giorni 15 si consum. tom. 28. 7. 50 cent.
In giorni 3 si consum. tom. 5. 15. 90 cent.

Totale . . . . tom. 543. 14. 40

La divisione de' denominati può presentare due casi: o il divisore e il dividendo sono omogenei, e allora converrà ridurli ambidue all'infima specie; ovvero non sono omogenei, e si ridurrà all'infima specie soltanto il divisore, moltiplicando il dividen-

do per quelle stesse quantità per cui si è moltiplicato il divisore. Per esempio:

1.° *In mesi 5, 17 si consuma un Cantajo, che si consumerà in anni 3, 8 mesi?*

Qui il divisore 5, 17 si ridurrà tutto a giorni, moltiplicando 5 per 30, ed aggiungendovi il 17, appunto come si pratica per ridurre un intero ed una frazione ad una sola frazione. Nel dividendo poi gli anni 3 e mesi 8 si ridurranno tutti a mesi, moltiplicando 3 per 12 ed aggiungendo 8, e i 44 mesi che ne risultano si ridurranno a giorni moltiplicandoli per 30. Poi si farà la divisione come per gl' interi; il quoziente dinoterà cantaja.; il residuo si potrà ridurre a rotola aggiungendovi due zeri, e si farà di nuovo la divisione.

2.° *Lib. 27, 7, 19 costano duc. 40; che costerà una libbra?*

Qui le libbre si ridurranno ad once, e queste a trappesi, e poi il dividendo si moltiplicherà per il prodotto di 12 in 30, cioè per 360, per quanto appunto erasi moltiplicato il divisore.

3.° *Persone 38 si debbono dividere Tomola 246, 18 misure: che toccherà a ciascuna?*

Qui le tomola 246 si divideranno per 38 come pe' numeri interi, ed il residuo 18 tomola con le 19 misure si ridurrà tutto a misure moltiplicando per 24 ed aggiungendo 19; poi si farà di nuovo la divisione.

4.° *Tomola 17, 34 rotola si cambiano per lib. 83, 9; per quante libbre si cambierà un tomolo?*

Qui le tomola si ridurranno a rotola, e il 40 per cui si è fatta la moltiplicazione, si moltiplicherà benanche nel dividendo, secondo la regola della moltiplicazione de' denominati: quindi si farà la divisione come per gl' interi.

DELLA REGOLA DI PROPORZIONE.

Dicesi *Ragione* il paragone di due numeri omogenei, per vedere quante volte l'uno si contiene nell'altro. Il primo di essi chiamasi *Antecedente*, il secondo si dice *Conseguente*, e tutti e due con un sol nome si chiamano i *termini* della ragione. Fra l'antecedente e il conseguente si segnano due punti. Il numero che dinota quante volte l'un termine contiene l'altro vien detto *esponente*. Così 8 : 4 = 2.

Due ragioni sono eguali allorchè sono eguali i loro esponenti. Così la ragione di 8 : 4 è uguale alla ragione di 12 : 6.

Dicesi *Proporzione* l'eguaglianza di due ragioni. La proporzione si segna col mettere fra le due ragioni eguali quattro punti, ovvero il segno di eguaglianza, a questo modo; 8 : 4 :: 12 : 6; e si esprime così : 8 *sta a* 4 *come* 12 *a* 6.

Di quattro numeri proporzionali, il primo e l'ultimo si chiamano *estremi*, il secondo ed il terzo si dicono *medii*.

Se quattro numeri sono proporzionali, il prodotto de' termini estremi deve essere uguale a quello de' termini medii. Così $8 \times 6 = 4 \times 12 = 48$.

Se quattro numeri sono proporzionali, come è il primo rispetto al secondo, così dev' essere il terzo rispetto al quarto.

Dovendosi dunque risolvere una regola di proporzione, converrà vedere se il quarto termine, che si va cercando, sia rispetto al terzo come è il secondo rispetto al primo. In questo caso il quarto proporzionale si troverà moltiplicando il secondo pel terzo, e dividendo il prodotto pel primo.

Ma se il quarto termine dev' essere maggiore del terzo, mentre il secondo è minore del primo, o viceversa; allora bisognerà mettere il primo termine nel luogo del secondo, ed il secondo nel luogo del primo, e poi si eseguirà l' operazione nel modo indicato.

ESEMPIO 1.° *Se canne 40 costano ducati 200, che costeranno Canne 66 ?*

Qui i termini della prima ragione sono le Canne 40 e 66, i termini della seconda sono i ducati 200 e il numero incognito che si cerca. Ora è chiaro che un tal numero di ducati dev'esser maggiore di 200, perchè 66 canne debbono costare più di 40 canne. Dunque si farà così; $40 : 66 :: 200 : x = \frac{66 \times 200}{40}$

ESEMPIO 2.° *Se persone 24 compiono un dato lavoro in giorni 15, in quanto tempo lo compiranno persone 18?*

Qui i termini della prima ragione sono le persone 24 e 18; i termini della seconda sono i giorni 15 e l' incognito che si vuol sapere. Ma questo numero di giorni dev'essere maggiore di 15, perchè è chiaro che 18 persone v'impiegano più tempo di 24 persone. Quindi si farà così; $18 : 24 :: 15 : x = \frac{24 \times 15}{18}$

Quando il quarto termine è rispetto al terzo come il secondo rispetto al primo, la prima ragione si dice *diretta* della seconda.

Quando il quarto termine è rispetto al terzo come il primo rispetto al secondo, la prima ragione si dice *inversa* della seconda.

Se il primo de' tre termini dati sia eguale all'unità, allora il quarto proporzionale si trova con la sola moltiplicazione fra gli altri due.

Se il secondo o il terzo sarà eguale all' unità, il quarto proporzionale si otterrà con dividere l'altro termine per il primo.

Da ciò si vede che la moltiplicazione e la divisione sono vere regole di proporzione.

Si chiama *ragion composta* quella ragione, che ha per esponente il prodotto degli esponenti di altre ragioni semplici. Così la ragione di 8 : 4 ha per esponente 2; la ragione di 6 : 2 ha per esponente 3: ogni ragione la quale abbia per esponente 2 × 3 si dirà *composta* dalle ragioni di 8 : 4 e di 6 : 2.

Per formare la ragion composta da più ragioni semplici basta moltiplicare fra loro tutti gli antecedenti e fra loro tutti i conseguenti. Così 48 : 8 è la ragion composta di 8 : 4 e di 6 : 2.

Sono problemi di ragion composta tutti quelli, in cui in vece di tre termini ve ne siano o cinque, o sette, o nove ec. Tali problemi si risolvono nel seguente modo:

Si scrivano rispettivamente gli uni sotto gli altri tutti gli antecedenti e tutti i conseguenti delle ragioni semplici; con l'avvertenza di mettere l'antecedente nel luogo del conseguente in tutte le ragioni che saranno inverse di quella, la quale si forma dal termine omogeneo all' incognito e dall' incognito stesso. Poi si moltiplichino tra loro tutti gli antecedenti e tutt' i conseguenti, e si avranno i due primi termini della proporzione: il termine corrispondente all' incognito sarà il terzo, e il quarto proporzionale si troverà come nella regola di proporzione semplice.

Esempio 1. *Se 20 Canne, della larghezza di palmi 5, costano ducati 130; che costeranno Canne 28, della larghezza di palmi 4?*

Qui abbiamo due ragioni semplici, ambedue di-

rette di quella de' ducati, cioè: Canne 20 : 27
Palmi 5 : 4

La loro composta sarà 100 : 112. Si faccia dunque la proporzione, e si avrà:

$$100 : 112 :: 130 : x = \frac{112 \times 130}{100}$$

Esempio 2.° *Persone 24 per compire una data opera in giorni 15 lavorano ore 9 il giorno: in quanto tempo la stessa opera si finirà da persone 26, lavorando ore 7 il giorno?*

Qui le ragioni semplici sono: Persone 24 : 26
Ore 9 : 7

ambedue inverse di quella de' giorni, e perciò i conseguenti si dovranno mettere in luogo degli antecedenti. Quindi si farà così:

$$182 : 216 :: 15 : x = \frac{216 \times 15}{182}$$

Esempio 3.° *Per vestire persone 18 ci vogliono canne 40 della larghezza di palmi 3; quante canne ci bisogneranno della larghezza di palmi 4 per vestire persone 15?*

Qui le ragioni semplici sono: Persone 18 : 15
Larghezza palmi 3 : 4

Ma siccome la ragione della larghezza è inversa di quella della lunghezza, perciò si farà così: $18 \times 4 : 15 \times 3$.

$$72 : 45 :: 40 : x = \frac{45 \times 40}{72}$$

DELLA REGOLA DI SOCIETA'.

La Regola di Società consiste nel dividere un dato numero in parti proporzionali ad altri numeri dati. Si risolve dunque nella regola di proporzione.

Se, a cagion di esempio, si voglia dividere un guadagno tra più persone che hanno impiegato dif-

ferenti capitali, si prenderà la somma di tutt'i capitali, e poi si ripeterà tante volte la proporzione, quanto è il numero de' capitali medesimi. In tutte queste proporzioni il primo termine è sempre la somma de'capitali, e il terzo è sempre il guadagno; il secondo termine sarà il capitale di ciascuno, e il quarto proporzionale sarà il guadagno che tocca a ciascuno.

Esempio 1.° *Tre persone fanno società. A vi mette duc. 600 ; B duc. 470 ; C duc. 325. Guadagnano duc. 530 ; che toccherà a ciascuna?*

$A\ 600 + B\ 740 + C\ 325 = 1395$

$1395 : 600 :: 530 : x$

$1395 : 470 :: 530 : x$

$1395 : 325 :: 530 ; x$

Esempio 2.° *Tre persone fanno società con egual capitale; ma A ve lo impiega per mesi 5, B per mesi 7, C per mesi 9. Come si divideranno il guadagno di ducati 1000?*

Qui si prenderà la somma de' differenti tempi, come se fosse quella de' capitali. $A\ 5 + B\ 7 + C\ 9 = 21$. Poi si farà:

$21 : 5 :: 1000 : x$

$21 : 7 :: 1000 : x$

$21 : 9 :: 1000 : x$

Quando poi la società fosse composta, per essere differenti il capitale ed il tempo, si moltiplicherà ciascun capitale pel tempo corrispondente, e presa la somma di questi prodotti, si faranno le proporzioni nel modo indicato.

Esempio. *Due persone fanno società. A vi mette duc. 100 per mesi 5; B duc. 150 per mesi 3. Come si dovrà dividere il guadagno di duc. 76?*

$100 \times 5 = 500$ | $950 : 500 :: 76 : x$

$150 \times 3 = 450$ | $950 : 450 :: 76 : x$

$\overline{950}$

TAVOLA PITTAGORICA.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81